MEXANİKA

УДК 05.19.15

ПЕРВАЯ ОСНОВНАЯ ГРАНИЧНАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ АНИЗОТРОПНОЙ ПОЛОСЫ, ЛЕЖАЩЕЙ НА АНИЗОТРОПНОЙ ПОЛУПЛОСКОСТИ ИЗ ДРУГОГО МАТЕРИАЛА ПРИ НАЛИЧИИ В НИХ СИСТЕМЫ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ ОТВЕРСТИЙ

М.Б.АХУНДОВ, С.А.ИМАМАЛИЕВ

Бакинский Государственный Университет

mexanika.bsu.az@mail.az

В представленной статье предлагается способ решения граничной задачи для ослабленного системой эллиптических отверстий анизотропной полосы жёстко сцепленной с анизотропной полуплоскостью из другого материала, когда полуплоскость также имеет эллиптические вырезы. На свободной границе полосы задаются усилия. Данный способ решения является развитием известного метода Ю.А.Амензаде и М.Б.Ахундова решения граничных задач плоской теории упругости для многосвязной анизотропной области.

Ключевые слова: анизотропия, многосвязность, граничная задача, полоса

В работе [2] разработан метод решения основных граничных задач для упругой анизотропной полуплоскости, содержащей круговое отверстие. Преимущество этого метода состоит в том, что он легко может быть распространен и на некруговые отверстия. В работе [3], основываясь на идее работы [4] дан метод решения первой основной граничной задачи для анизотропной полосы, жестко сцепленной с анизотропной полуплоскостью из другого материала. Прикладное значение этих задач обуславливается их приложением как к расчету подземных газохранилищ, так и их приложением к расчету на прочность поверхностного слоя деформируемой среды.

В данной работе предлагается способ решения первой основной граничной задачи для жёстко сцепленных разнородных анизотропных слоя и полуплоскости, когда оба они имеют эллиптические вырезы. Введем следующие обозначения, отображенные на рис.1:

L_0 - прямолинейная граница слоя;

L_1 - прямолинейная контактная линия между слоем и полуплоскостью;

S_1 - область полосы;

S_2 - область полуплоскости;

h - ширина слоя;

l_{1k} - контуры эллиптических вырезов в области S_1 слоя;

l_{2k} - контуры эллиптических вырезов в области S_2 полуплоскости;

z_{1k0} и z_{2k0} - аффиксы центров эллиптических вырезов, соответственно, в областях S_1 и S_2;

μ_{11}; μ_{21} - параметры упругости в области S_1;

μ_{12}; μ_{22} - параметры упругости в области S_2.

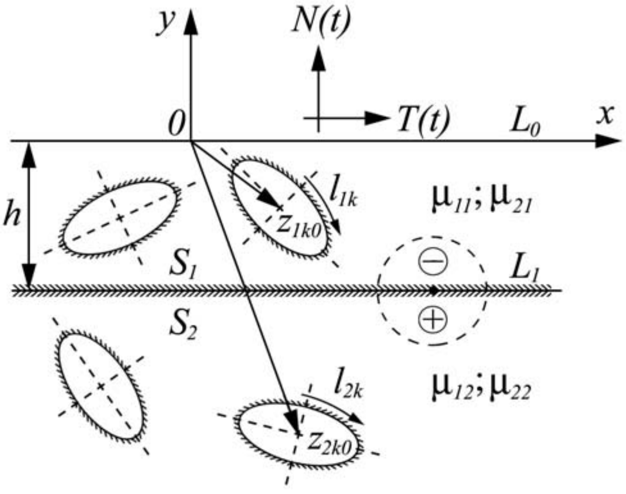

Рис. 1.

Постановка задачи. На свободной прямолинейной границе слоя L_0 заданы усилия: нормальные $N(t)$ и касательные $T(t)$. На контактной линии имеют место условия жёсткого сцепления, то есть непрерывность смещений и усилий. Контуры отверстий как в слое, так и в полуплоскости, подвержены заданным давлениям.

В физических терминах эти условия имеют вид:

$$\sigma_{yy} = N(t); \qquad \sigma_{yx} = T(t) \quad \text{при} \quad t \in L_0; \tag{1}$$

$$u_x^-(t) = u_x^+(t); \qquad u_y^-(t) = u_y^+(t); \text{ при } \quad t \in L_1; \tag{2}$$

$$\sigma_{yy}^-(t) = \sigma_{yy}^+(t); \qquad \sigma_{yx}^-(t) = \sigma_{yx}^+(t); \text{ при } \quad t \in L_1; \tag{3}$$

$$\sigma_n(t) = -P_j; \qquad \tau_n(t) = 0; \qquad \text{при} \qquad t \in l_{kj}\,; \;\; k = 1;2. \tag{4}$$

Здесь знак минус означает предельное значение величины, соответствующей слою на L_1; а знак плюс – предельное значение величины, соответствующей полуплоскости.

Как известно [1] решение плоской задачи теории упругости состоит в определении пары функций $\Phi_j(z_j)$, аналитических в областях, получаемых из физической области аффинным преобразованием $z_j = x + \mu_j y$; $\mu_j = \alpha_j + i\beta_j$, исходя из данных граничных условий. В рассматриваемой задаче эти пары функций в областях S_1 и S_2 обозначим, соответственно, через $\Phi_{j1}(z_{j1})$ и $\Phi_{j2}(z_{j2})$, $j = 1;2$, где $z_{jk} = x + \mu_{jk} y$; $\mu_{jk} = \alpha_{jk} + i\beta_{jk}$. Причем μ_{jk} определяются исключительно упругими модулями Юнга, модулями сдвига и коэффициентами Пуассона материалов слоя и полуплоскости [1].

Граничные (1) – (4) с использованием формул напряжений и перемещений через комплексные потенциалы $\Phi_{jk}(z_{jk})$ запишутся следующим образом:

$$\begin{cases} \Phi'_{11}(t_{11}) + \Phi'_{21}(t_{21}) + \overline{\Phi'_{11}(t_{11})} + \overline{\Phi'_{21}(t_{21})} = N(t); \\ \mu_{11}\Phi'_{11}(t_{11}) + \mu_{21}\Phi'_{21}(t_{21}) + \overline{\mu}_{11}\overline{\Phi'_{11}(t_{11})} + \overline{\mu}_{21}\overline{\Phi'_{21}(t_{21})} = -T(t); \qquad t \in L_0; \end{cases} \tag{5}$$

$$\begin{cases} p_{11}\Phi_{11}(t_{11}) + p_{21}\Phi_{21}(t_{21}) + \overline{p}_{11}\overline{\Phi_{11}(t_{11})} + \overline{p}_{21}\overline{\Phi_{21}(t_{21})} = \\ = p_{12}\Phi_{12}(t_{12}) + p_{22}\Phi_{22}(t_{22}) + \overline{p}_{12}\overline{\Phi_{12}(t_{12})} + \overline{p}_{22}\overline{\Phi_{22}(t_{22})}; \\ q_{11}\Phi_{11}(t_{11}) + q_{21}\Phi_{21}(t_{21}) + \overline{q}_{11}\overline{\Phi_{11}(t_{11})} + \overline{q}_{21}\overline{\Phi_{21}(t_{21})} = \\ = q_{12}\Phi_{12}(t_{12}) + q_{22}\Phi_{22}(t_{22}) + \overline{q}_{12}\overline{\Phi_{12}(t_{12})} + \overline{q}_{22}\overline{\Phi_{22}(t_{22})}; \\ t \in L_1; \quad t_{kj} \in L_{kj}; \end{cases} \tag{6}$$

$$\begin{cases} \Phi'_{11}(t_{11}) + \Phi'_{21}(t_{21}) + \overline{\Phi'_{11}(t_{11})} + \overline{\Phi'_{21}(t_{21})} = \\ = \Phi'_{12}(t_{12}) + \Phi'_{22}(t_{22}) + \overline{\Phi'_{12}(t_{12})} + \overline{\Phi'_{22}(t_{22})}; \\ \mu_{11}\Phi'_{11}(t_{11}) + \mu_{21}\Phi'_{21}(t_{21}) + \overline{\mu}_{11}\overline{\Phi'_{11}(t_{11})} + \overline{\mu}_{21}\overline{\Phi'_{21}(t_{21})} = \\ = \mu_{12}\Phi'_{12}(t_{12}) + \mu_{22}\Phi'_{22}(t_{22}) + \overline{\mu}_{12}\overline{\Phi'_{12}(t_{12})} + \overline{\mu}_{22}\overline{\Phi'_{22}(t_{22})}; \\ t \in L_1; \quad t_{kj} \in L_{kj}; \end{cases} \tag{7}$$

Здесь L_{kj} - контуры, соответствующие границе L_1 в плоскостях комплексных переменных z_{kj}. В свою очередь, p_{kj} и q_{kj} известным образом выражаются через упругие модули и параметры анизотропии μ_{kj}.

Граничные условия (4) запишем в виде, соответствующим выражению $\sigma_n + i\tau_n = -P_j$:

$$\begin{aligned} &a_{1j}(t_{1j})\Phi'_{1j}(t_{1j}) + b_{1j}(t_{1j})\overline{\Phi'_{1j}(t_{1j})} + \\ &a_{2j}(t_{2j})\Phi'_{2j}(t_{2j}) + b_{2j}\Phi'_{2j}(t_{2j}) = -P_j; \quad t_{kj} \in l_{mkj}; \quad j = 1;2; \end{aligned} \tag{8}$$

где l_{mkj} - контуры, соответствующие эллиптическим контурам l_{mk} в плоскостях комплексных переменных z_{kj}.

Кроме того:

$$\begin{cases} a_{kj}(t_{kj}) = \delta_{kj}(t_{kj})\left\{\delta_{kj}(t_{kj}) + i\gamma_{kj}(t_{kj})\right\}; \\ b_{kj}(t_{kj}) = \overline{\delta_{kj}(t_{kj})}\left\{\overline{\delta_{kj}(t_{kj})} + i\overline{\gamma_{kj}(t_{kj})}\right\}; \\ \delta_{kj}(t_{kj}) = \dfrac{i+\mu_{kj}}{2}\chi_{kj}^{-1}(t_{kj})\left(\dfrac{i-\mu_{kj}}{i+\mu_{kj}} - \chi_{kj}^2(t_{kj})\right); \\ \gamma_{kj}(t_{kj}) = \dfrac{i\mu_{kj}-1}{2}\chi_{kj}^{-1}(t_{kj})\left(\dfrac{i\mu_{kj}+1}{i\mu_{kj}-1} - \chi_{kj}^2(t_{kj})\right); \\ \chi_{kj}(z_{kj}) = \dfrac{z_{kj} - z_{kj0} + \sqrt{(z_{kj}-z_{kj0})^2 - C_{kj}^2 e^{2i\theta_{kj}}}}{\rho_{kj}C_{kj}e^{i\theta_{kj}}}; \\ \rho_{kj} = \sqrt{\dfrac{a_{kj}+b_{kj}}{a_{kj}-b_{kj}}}; \quad C_{kj} = \sqrt{a_{kj}^2 - b_{kj}^2}; \quad t_{kj} \in l_{kj}. \end{cases} \tag{9}$$

Здесь $\chi_{kj}(z_{kj})$ - функции, переводящие контуры эллиптических отверстий l_{kj} в контур кругового отверстия единичного радиуса; a_{kj} и b_{kj} - большие и малые полуоси эллипсов L_{kj}, а θ_{kj} - углы наклонов больших полуосей к оси OX.

Метод решения. Введем на каждом из контуров l_{kj} две неизвестные функции ω_{mkj} $(m = 1;2)$ посредством следующих соотношений:

$$\begin{cases} 2a_{1j}(t_{1j})\omega_{1kj} = a_{1j}(t_{1j})\Phi'_{1j}(t_{1j}) - b_{1j}(t_{1j})\overline{\Phi'_{1j}(t_{1j})} - \\ - a_{2j}(t_{2j})\Phi'_{2j}(t_{2j}) - b_{2j}(t_{2j})\Phi'_{2j}(t_{2j}); \\ 2a_{2j}(t_{2j})\omega_{2kj} = -a_{1j}(t_{1j})\Phi'_{1j}(t_{1j}) - b_{1j}(t_{1j})\overline{\Phi'_{1j}(t_{1j})} + \\ + a_{2j}(t_{2j})\Phi'_{2j}(t_{2j}) - b_{2j}(t_{2j})\overline{\Phi'_{2j}(t_{2j})}; \end{cases} \tag{10}$$

где k - номер эллиптического контура.

Складывая (8), соответственно, с первым и вторым соотношениями (10), получим:

$$\Phi'_{mj}(t_{mj}) = \omega_{mkj}(t) - \frac{P_j}{2a_{mj}(t_{mj})} \qquad (m; j = 1;2). \tag{11}$$

Отсюда на основании формулы Сохоцкого-Племеля, а также теоремы об аналитическом продолжении функции через контур, построим аналитические в сплошных областях S_1 и S_2 функции:

$$\Phi^{*'}_{mj}(z_{mj}) = \begin{cases} \Phi'_{mj}(z_{mj}) + \sum\limits_{k=1}^{N_m} \left\{ J^{(1)}_{mkj}(z_{mj}) - J^{(2)}_{mkj}(z_{mj}) \right\}; & \text{вне вырезов} \\ \sum\limits_{k=1}^{N_m} \left\{ J^{(1)}_{mkj}(z_{mj}) - J^{(2)}_{mkj}(z_{mj}) \right\}; & \text{в областях вырезов} \end{cases}, \tag{12}$$

где введены следующие обозначения:

$$\begin{cases} J^{(1)}_{mkj} = \dfrac{1}{2\pi i} \displaystyle\int\limits_{l_{mkj}} \dfrac{\omega_{mkj}(t)}{t_{mj} - z_{mj}} dt_{mj}; \\ J^{(2)}_{mkj} = \dfrac{P_j}{4\pi i} \displaystyle\int\limits_{l_{mkj}} \dfrac{a_{mj}(t)}{t_{mj} - z_{mj}} dt_{mj}. \end{cases} \tag{13}$$

В свою очередь N_m - число вырезов в областях S_1 и S_2.

Разрешая формулу (12) относительно функций $\Phi'_{mj}(z_{mj})$, аналитических в перфорированных областях S_m $(m = 1; 2)$, получим:

$$\Phi'_{mj}(z_{mj}) = \Phi^{*'}_{mj}(z_{mj}) - \sum_{k=1}^{N_m} \left\{ J^{(1)}_{mkj}(z_{mj}) - J^{(2)}_{mkj}(z_{mj}) \right\}; \quad (m, j = 1; 2). \tag{14}$$

Подставим представления (14) в граничные условия (6) на контактной прямолинейной границе L_1. Тогда получим

$$\begin{aligned} &p_{11}\Phi^{*'}_{11}(t_{11}) + p_{21}\Phi^{*'}_{21}(t_{21}) + \overline{p}_{11}\overline{\Phi^{*'}_{11}(t_{11})} + \overline{p}_{21}\overline{\Phi^{*'}_{21}(t_{21})} + M_1(t) = \\ &= p_{12}\Phi^{*'}_{12}(t_{12}) + p_{22}\Phi^{*'}_{22}(t_{22}) + \overline{p}_{12}\overline{\Phi^{*'}_{12}(t_{12})} + \overline{p}_{22}\overline{\Phi^{*'}_{22}(t_{22})} + M_2(t); \end{aligned} \tag{15}$$

$$\begin{aligned} &q_{11}\Phi^{*'}_{11}(t_{11}) + q_{21}\Phi^{*'}_{21}(t_{21}) + \overline{q}_{11}\overline{\Phi^{*'}_{11}(t_{11})} + \overline{q}_{21}\overline{\Phi^{*'}_{21}(t_{21})} + N_1(t) = \\ &= q_{12}\Phi^{*'}_{12}(t_{12}) + q_{22}\Phi^{*'}_{22}(t_{22}) + \overline{q}_{12}\overline{\Phi^{*'}_{12}(t_{12})} + \overline{q}_{22}\overline{\Phi^{*'}_{22}(t_{22})} + N_2(t); \end{aligned} \tag{16}$$

где приняты обозначения:

$$\begin{cases} M_1(t) = p_{11}\lambda_{11}(t_{11}) + p_{21}\lambda_{21}(t_{21}) + \overline{p}_{11}\overline{\lambda_{11}(t_{11})} + \overline{p}_{21}\overline{\lambda_{21}(t_{21})}; \\ M_2(t) = p_{12}\lambda_{12}(t_{12}) + p_{22}\lambda_{22}(t_{22}) + \overline{p}_{12}\overline{\lambda_{12}(t_{12})} + \overline{p}_{22}\overline{\lambda_{22}(t_{22})}; \end{cases} \tag{17}$$

$$\begin{cases} N_1(t) = q_{11}\lambda_{11}(t_{11}) + q_{21}\lambda_{21}(t_{21}) + \overline{q}_{11}\overline{\lambda_{11}(t_{11})} + \overline{q}_{21}\overline{\lambda_{21}(t_{21})}; \\ N_2(t) = q_{12}\lambda_{12}(t_{12}) + q_{22}\lambda_{22}(t_{22}) + \overline{q}_{12}\overline{\lambda_{12}(t_{12})} + \overline{q}_{22}\overline{\lambda_{12}(t_{12})}; \end{cases} \tag{18}$$

$$\lambda_{mj}(z_{mj}) = \sum_{k=1}^{N_m} \left\{ J_{mkj}^{(1)}(z_{mj}) - J_{mkj}^{(2)}(z_{mj}) \right\}; \tag{19}$$

Введем на L_1 две неизвестные вспомогательные функции $\omega_1(t)$ и $\omega_2(t)$ следующим образом:

$$\begin{aligned} 2\omega_1(t) = -p_{11}\Phi_{11}^{*'}(t_{11}) + p_{21}\Phi_{21}^{*'}(t_{21}) + \overline{p}_{11}\overline{\Phi_{11}^{*'}(t_{11})} + \overline{p}_{21}\overline{\Phi_{21}^{*'}(t_{21})} + \\ + p_{12}\Phi_{12}^{*'}(t_{12}) - p_{22}\Phi_{22}^{*'}(t_{22}) - \overline{p}_{12}\overline{\Phi_{12}^{*'}(t_{12})} - \overline{p}_{22}\overline{\Phi_{22}^{*'}(t_{22})} + M_1(t) - M_2(t); \end{aligned} \tag{20}$$

$$\begin{aligned} 2\omega_2(t) = q_{11}\Phi_{11}^{*'}(t_{11}) - q_{21}\Phi_{21}^{*'}(t_{21}) + \overline{q}_{11}\overline{\Phi_{11}^{*'}(t_{11})} + \overline{q}_{21}\overline{\Phi_{21}^{*'}(t_{21})} - \\ - p_{12}\Phi_{12}^{*'}(t_{12}) + p_{22}\Phi_{22}^{*'}(t_{22}) - \overline{q}_{12}\overline{\Phi_{12}^{*'}(t_{12})} - \overline{q}_{12}\overline{\Phi_{12}^{*'}(t_{12})} + N_1(t) - N_2(t); \end{aligned} \tag{21}$$

Складывая, соответственно, представления (20) с (15), а (21) с (16) получим:

$$\begin{cases} p_{11}\Phi_{11}^{*'}(t_{11}) = p_{12}\Phi_{12}^{*'}(t_{12}) - \omega_1(t); \\ q_{21}\Phi_{21}^{*'}(t_{21}) = q_{22}\Phi_{22}^{*'}(t_{22}) - \omega_2(t); \qquad t \in L_1. \end{cases} \tag{22}$$

Отсюда на основании теоремы об аналитическом продолжении функций через контур и формулы Сохоцкого-Племеля найдем пару аналитических во всей сплошной полуплоскости $S_1 \cup S_2$ функций $\Phi_1(z_1)$ и $\Phi_2(z_2)$ вида:

$$\Phi_1'(z_1) = \begin{cases} p_{11}\Phi_{11}^{*'}(z_{11}) + F_1(z_{11}); & z \in S_1; \\ p_{12}\Phi_{12}^{*'}(z_{12}) + F_1(z_{12}); & z \in S_2; \end{cases} \tag{23}$$

$$\Phi_2'(z_2) = \begin{cases} q_{21}\Phi_{21}^{*'}(z_{21}) + F_2(z_{21}); & z \in S_1; \\ q_{22}\Phi_{22}^{*'}(z_{22}) + F_2(z_{22}); & z \in S_2; \end{cases} \tag{24}$$

Здесь приняты обозначения:

$$F_j(z_{mn}) = \frac{1}{2\pi i}\int_{L_1} \frac{\omega_j(t_{mn})}{t_{mn} - z_{mn}} dt_{mn}; \qquad (j = 1; 2). \tag{25}$$

Из формул (23) и (24):

$$\begin{cases} \Phi_{11}^{*'}(z_{11}) = \dfrac{1}{P_{11}}\Phi_1'(z_1) - \dfrac{1}{P_{11}}F_1(z_{11}); \\ \Phi_{21}^{*'}(z_{21}) = \dfrac{1}{P_{21}}\Phi_2'(z_2) - \dfrac{1}{P_{21}}F_2(z_{21}). \end{cases} \tag{26}$$

Подставляя (26) в (14), с учетом введенного обозначения (18), получим следующие представления для функций $\Phi_{1j}'(z_{1j})$ и $\Phi_{2j}'(z_{2j})$, аналитических в перфорированной полосе S_1:

$$\begin{cases} \Phi'_{11}(z_{11}) = \dfrac{1}{P_{11}}\Phi'_1(z_1) - \dfrac{1}{P_{11}}F_1(z_{11}) - \lambda_{11}(z_{11}); \\ \Phi'_{21}(z_{21}) = \dfrac{1}{q_{21}}\Phi'_2(z_2) - \dfrac{1}{q_{21}}F_2(z_{21}) - \lambda_{21}(z_{21}). \end{cases} \tag{27}$$

Для функций аналитических в перфорированной области S_2, соответственно, будем иметь:

$$\begin{cases} \Phi'_{12}(z_{12}) = \dfrac{1}{P_{12}}\Phi'_1(z_1) - \dfrac{1}{P_{12}}F_1(z_{12}) - \lambda_{12}(z_{12}); \\ \Phi'_{22}(z_{22}) = \dfrac{1}{q_{22}}\Phi'_2(z_2) - \dfrac{1}{q_{22}}F_2(z_{22}) - \lambda_{22}(z_{22}). \end{cases} \tag{28}$$

Таким образом, решение задачи, то есть определение функций $\Phi'_{mj}(z_{mj})$ на основе соотношений (27) и (28) может быть сведено к задаче нахождения пары функций $\Phi'_j(z_j)$, $(j=1;2)$, аналитических в сплошной полуплоскости $S_1 \bigcup S_2$. Для этого необходима конкретизация граничных условий на прямолинейной границе L_0.

Подставим (28) в граничные условия (5) на L_0, тогда получим:

$$\begin{cases} \dfrac{1}{p_{11}}\Phi'_1(t_1) + \dfrac{1}{q_{21}}\Phi'_2(t_2) + \dfrac{1}{\overline{p}_{11}}\overline{\Phi'_1(t_1)} + \dfrac{1}{\overline{q}_{21}}\overline{\Phi'_2(t_2)} = N(t) + R(t); \\ \dfrac{\mu_{11}}{p_{11}}\Phi'_1(t_1) + \dfrac{\mu_{21}}{q_{21}}\Phi'_2(t_2) + \dfrac{\overline{\mu}_{11}}{\overline{p}_{11}}\overline{\Phi'_1(t_1)} + \dfrac{\overline{\mu}_{21}}{\overline{q}_{21}}\overline{\Phi'_2(t_2)} = -T(t) + Q(t); \end{cases} \tag{29}$$

где приняты обозначения:

$$\begin{cases} R(t) = \dfrac{1}{p_{11}}F_1(t_{11}) + \dfrac{1}{q_{21}}F_2(t_{21}) + \dfrac{1}{\overline{p}_{11}}\overline{F_1(t_{11})} + \dfrac{1}{\overline{q}_{21}}\overline{F_2(t_{21})} + \\ + \lambda_{11}(t_{11}) + \lambda_{21}(t_{21}) + \overline{\lambda_{11}(t_{11})} + \overline{\lambda_{21}(t_{21})}; \\ Q(t) = \dfrac{\mu_{11}}{p_{11}}F_1(t_{11}) + \dfrac{\mu_{21}}{q_{21}}F_2(t_{21}) + \dfrac{\overline{\mu}_{11}}{\overline{p}_{11}}\overline{F_1(t_{11})} + \dfrac{\overline{\mu}_{21}}{\overline{q}_{21}}\overline{F_2(t_{21})} + \\ + \mu_{11}\lambda_{11}(t_{11}) + \mu_{21}\lambda_{21}(t_{21}) + \overline{\mu}_{11}\overline{\lambda_{11}(t_{11})} + \overline{\mu}_{21}\overline{\lambda_{21}(t_{21})}. \end{cases} \tag{30}$$

Умножив соотношение (29) на ядро Коши $[2\pi i(t-z)]^{-1}$, проинтегрируем полученное по прямой L_0. Тогда с учетом свойств функций $\Phi'_j(z_j)$ и на основании свойств интеграла Коши, после некоторых преобразований, получим:

$$
\begin{cases}
\Phi_1'(z_1) = \dfrac{p_{11}}{2\pi i(\mu_{11} - \mu_{21})} \displaystyle\int_{L_0} \dfrac{\mu_{21} N^*(t) + T^*(t)}{t - z_1} dt; \\
\Phi_2'(z_2) = \dfrac{q_{21}}{2\pi i(\mu_{21} - \mu_{11})} \displaystyle\int_{L_0} \dfrac{\mu_{11} N^*(t) + T^*(t)}{t - z_2} dt;
\end{cases}
\qquad (31)
$$

где

$$
N^*(t) = N(t) + R(t); \qquad T^*(t) = T(t) - Q(t). \qquad (32)
$$

Интегралы (31) в принципе решают нашу исходную задачу, ибо по ним из (27) и (28) можно найти искомые аналитические функции $\Phi'_{mj}(z_{mj})$, определяющие напряженное состояние в кусочно-однородной полуплоскости, ослабленной системой эллиптических вырезов.

В полученных квадратурных формулах фигурируют неизвестные контурные функции $\omega_{mkj}(t_{mj})$; $t \in l_{mkj}$; $k = \overline{1; N_m}$, и $\omega_j(t_j)$; $j = 1; 2$; $t_j \in L_1$.

Разлагая функции $\omega_{mkj}(t_{mj})$ на эллиптических контурах в ряды по полиномам Фабера, а функции $\omega_j(t_j)$ на L_1 в ряды Лорана по степеням $(t-i)/(t+i)$, где i - мнимая единица, из граничных условий (8) и (7), подставляя в них (27), (28) и (30), получим бесконечные системы линейных алгебраических уравнений относительно коэффициентов соответствующих разложений. На этом полное решение поставленной задачи можно считать завершенным.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лехницкий С.Г. Теория упругости анизотропного тела. М.: Наука, 1977, 416 с.
2. Амензаде, Ю.А. Ахундов М.Б. Граничные задачи упругой анизотропной полуплоскости, ослабленной круговым отверстием// ПММ, 1976, т. 40, №4, с. 759-763.
3. Амензаде Ю.А., Ахундов М.Б. Упругое равновесие анизотропной полосы, жёстко сцепленной с анизотропной полуплоскостью из другого материала// ДАН Азерб. ССР, 1979, т. XXXV; №12, с. 23-27.
4. Амензаде Ю.А. Вдавливание жёсткого штампа в слой, спаянный с полуплоскостью// ДАН Азерб. ССР, 1979, т. 246; №3, с. 561-565.
5. Лавреньтьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного. М.: Наука, 1973; 736 с.
6. Axundov M.B., Əliyeva İ.Ü. Düz xətt sərhədinə yaxın yerləşən dairəvi boşluğu olan elastiki yarımmüstəvi üçün birinci əsas sərhəd məsələsi// Bakı Universitetinin Xəbərləri. fiz.- riy. elmləri ser., 2009, №1, s. 96-102.
7. Kulikov A., Nazarov S.A., Swerrs G. On Airy functions and stresses in nonisotropic heterogeneous 2d-elasticity// ZAMM: z.engew. Math. and Mech. 2008, 88, №12, p.955-981.
8. Остросаблин Н.И. Канонические модули и общее решение уравнений двумерной статической задачи анизотропной упругости // Прик.мех. и техн.физ.2010, 51, №3, с.94-106.
9. Александров В.М. Контактные задачи о мягком и жёстком покрытиях упругой полуплоскости// Изв.РАН, Мех. Твёрд.тела, 2010, №1, р.42-50.

10. Dong Jennie H., Dong Ren G., Rakheja Subhash, Welcom Daniel E., MeDowell Thomas W., Wu Jonn Z. A method for analyzing absorbed power distribution in the hand and arm substructures when operating vibrating tools//J Sound and Vibr., 2008, 311, № 3-5, p.1286-1304.

ELLİPTİK BOŞLUQLAR SİSTEMLƏRİ OLAN ANİZOTROP YARIMMÜSTƏVİ ÜZƏRİNDƏ YERLƏŞƏN DİGƏR MATERİALDAN OLAN ANİZOTROP LAY ÜÇÜN BİRİNCİ ƏSAS SƏRHƏD MƏSƏLƏSİ

M.B.AXUNDOV, S.A.İMAMƏLİYEV

XÜLASƏ

Təqdim olunan məqalədə hər ikisində elliptik boşluqları olan və bir-biri ilə sərt bağlı və fərqli materiallardan olan anizotrop lay və yarımmüstəvi üçün elastiklik nəzəriyyəsinin birinci sərhəd məsələsinin həll üsulu verilir. Bu üsul çoxrabitəli anizotrop oblastlar üçün məlum olan Y.Ə. Əmənzadə və M.B. Axundovun üsulu əsasında işlənilmişdir.

Açar sözlər: anizotropluq, çoxrabitəlilik, sərhəd məsələsi, zolaq.

THE FIRST BASIC BOUNDARY PROBLEM FOR THE ANISOTROPIC STRIP LAYING ON THE ANISOTROPIC SEMIPLANE

M.B.AKHUNDOV, S.A.İMAMALIYEV

SUMMARY

The presented article offers the way of the decision of a boundary problem for weakened by the system of elliptic apertures of an anisotropic strip rigidly linked to an anisotropic semiplane from an other material when the semiplane also has elliptic cuts. On the free border of a strip, efforts are set. The given way of the decision is the development of the known method of Y.A.Amenzade and M.B.Akhundov, the decision of boundary problems of the flat theory of elasticity for multicoherent anisotropic area.

Key words: anisotrope, multicoupling, boundary problems, beam.

Поступила в редакцию: 01.02.2011 г.
Принято к печати: 03.10.2011 г.